

1. tétel Az egyenes vonalú egyenletes mozgás tanulmányozása*

Mérésekkel támassza alá, hogy a Mikola-csőben lévő buborék egyenes vonalú egyenletes mozgást végez!

**Szükséges eszközök:**

Mikola-cső cm-beosztású rúdon, állvány, befogó, szorítódíó, stopperóra, mérőszalag, kréta, törlőruha (szivacs)

1. A kísérlet leírása:

Rögzítse a Mikola-csövet az állványon, és állítsa pl. 20° -os dőlésszögre! Legalább három alkalommal mérje meg, hogy mekkora távolságot fut be a buborék egy adott időtartam (pl. 2 s vagy 3 s) alatt (1. ábra)! Eredményeit jegyezze fel! A cső hajlásszögén nem változtatva mérje meg, mennyi idő alatt tesz meg a buborék egy adott (a csövet tartó rúdon kijelölt) távolságot (pl. 20 cm-t vagy 40 cm-t)! Végezzen legalább három mérést, és eredményeit foglalja táblázatba! Változtassa meg a Mikola-cső dőlésszögét pl. 45° -osra, és az új helyzetben ismét hajtsa végre az előbbieken ismertetett méréseket!



1. ábra

2. Javaslat a kísérlet értelmezésére:

- a) Mutassa be a táblázatos formában összefoglalt mérési eredményeit!
- b) Ismertesse, milyen tanulságokat szűrt le az eredményeiből, hogyan támasztják alá ezek az egyenes vonalú egyenletes mozgásra vonatkozó összefüggés érvényességét! Mutasson rá, milyen hibaforrások eredményezhetik a várt eredménytől való eltéréseket!
- c) Adja meg a buborék sebességének nagyságát a két hajlásszög esetében!

3. Egyéb feladatok

A feladatok a 2. tételben szereplőkkel megegyezők.

A tétel értékelési szempontjai	Maximális pontszám
1. A kísérlet összeállítása, elvégzése	15 PONT
2. A kísérlet elemzése a megadott szempontok szerint	20 PONT
3. Választható kérdések a)	6 PONT
Választható kérdések b)	6 PONT
Választható kérdések c)	6 PONT
Választható kérdések d)	2 PONT



A tétel értékelési szempontjai	Maximális pontszám
Tartalom összesen	55 PONT
A kifejtés módja	5 PONT
Összesen	60 PONT

A feladatmegoldás vázlata

1. A kísérlet elvégzése: (15 PONT)

Az előre meghatározott időtartam alatt megtett utat például úgy határozhatjuk meg, ha krétával jelzést teszünk a cső tartórúdjára, és amikor a buborék eleje vagy vége eléri ezt a jelzést, indítjuk a stoppert, majd az időtartam lejártakor a kezünkben tartott krétával bejelöljük a megtett távolság végpontját is. Célszerű a kezdő jelzést a három mérés esetében a rúd más-más pontjába tenni. Az előre meghatározott út esetében is a három méréshez a rúd különböző részein jelöljük ki a vizsgált távolságot (pl. 40 cm-t)!

2. A kísérlet értelmezése, elemzése: (20 PONT)

a) Az alábbiakban a mérési adatok feljegyzésének formátumára nézve adunk egy javaslatot.

α (fok)	Δt (s)	Δs_1 (cm)	Δs_2 (cm)	Δs_3 (cm)	$\Delta s_{\text{átlag}}$ (cm)	$v \left(\frac{\text{cm}}{\text{s}} \right)$
20	3	11	12	11	11,3	3,7
45	3	14	13	14	13,6	4,5

α (fok)	Δs (cm)	Δt_1 (s)	Δt_2 (s)	Δt_3 (s)	$\Delta t_{\text{átlag}}$ (s)	$v \left(\frac{\text{cm}}{\text{s}} \right)$
20	40	10,2	10,9	10,8	10,6	3,7
45	40	9	8,6	8,8	8,8	4,5

b) A mérési eredmények – a hibahatárokon belül – azt mutatják, hogy a Mikola-cső egy kiválasztott hajlásszöge esetén

- a mozgás bármely pillanatától kezdődően mérve egy adott hosszúságú időtartamot, az alatt a buborék mindig ugyanolyan hosszúságú utakat fut be.
- a pálya bármely szakaszán kiválasztott, adott hosszúságú utat mindig ugyanolyan hosszúságú időtartam alatt futja be a buborék.

Mivel az időtartam hosszát, illetve a másik mérésben a távolságot önkényesen választottuk meg, joggal feltételezhetjük, hogy eredményeink tetszőlegesen hosszú időintervallumokra, illetve tetszőleges távolságokra érvényesek lehetnek. (Természetesen ezt egy-két méréssel ki is lehetne próbálni, ha a felkészülési idő megengedi.) A hibahatárokon belül tehát igazoltuk, hogy a Mikola-csőben lévő légbuborék mozgására nézve teljesül, hogy

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \text{állandó},$$

bármilyen hosszúak is a Δt időintervallumok. Az így kapott állandót nevezzük az egyenes vonalú egyenletes mozgás sebességének (v), és ezzel az egyenes vonalú egyenletes mozgásra vonatkozó összefüggést igazoltuk. A táblázatba foglalt eredmények mutatják, hogy az előre meghatározott időtartam alatt megtett utak, illetve az előre meghatározott távolság megtételéhez szükséges időtartamok a három-három mérésben nem pontosan ugyanannyinak adódnak. A legjelentősebb hibát a mérésben a stopperóra, illetve a jelzőkréta kezelése során fellépő emberi reakcióidő okozza. A buborék helyének megítélésében is hibázhatunk, ha a csőre fektetett függőleges síkra nem merőlegesen ránézve figyeljük meg az elrendezést (parallaxis-hiba).

c) A sebességértékeket az a) pontban lévő táblázat tartalmazza.

3. Egyéb feladatok (20 PONT)

A feladatokra adott válaszok a 2. tételben megtalálhatók.

2. tétel A mechanikai mozgás kinematikai leírása



Vizsgálja meg az Audacity mérőprogram felhasználásával az ejtőzsinorra rögzített csavaranyák mozgását!

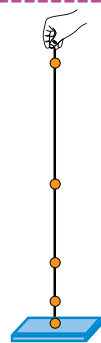


Szükséges eszközök:

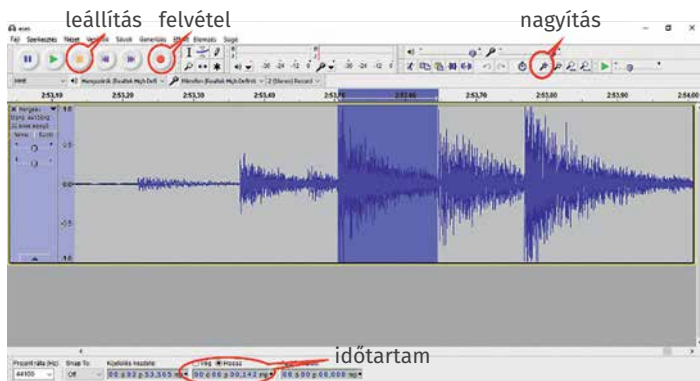
ejtőzsinór (olyan fonál, melynek egyik végén, és attól mérve 10 cm, 40 cm, 90 cm és 160 cm távolságban egy-egy csavaranya van rögzítve), fém-tálca, számítógép Audacity hangfeldolgozó programmal (ingyenesen letölthető, pl. <http://www.audacityteam.org/download/windows/>), mikrofon, vonalzó

1. A kísérlet leírása:

Tegye a fém-tálcát a padlóra, és helyezze el a mikrofont a tálca közelében! Indítsa el az Audacity programot a „felvétel” gombra kattintva! Egyik kezével tartsa függőleges helyzetben az ejtőzsinórt úgy, hogy a végén lévő csavaranya érintkezzen a tálcával (1. ábra)! Vegye a másik kezébe a vonalzót! Koppintson a vonalzóval az asztallapra, egyidejűleg engedje el az ejtőzsinór felső végét! Állítsa le a programot majd a vizsgált,



1. ábra



2. ábra



részt felnagyítva, kattintással-húzással jelölje ki egymás után az egyes csavaranyák becsapódásainak megfelelő jelek kezdő impulzusai közötti távolságot (2. ábra)! Olvassa le a csavaranyák becsapódásai között eltelt időtartamokat!

2. Javaslat a kísérlet értelmezésére:

- a) Hasonlítsa össze az egyes becsapódások között eltelt időtartamokat! Mért eredményei alapján döntse el, egyenletes vagy változó sebességű mozgást végeztek a csavaranyák!
- b) Ábrázolja grafikonon az ejtőzsinóron lévő csavaranya által megtett út és a megtételéhez szükséges időtartam közötti kapcsolatot! Ábrázolja a megtett utat a megtételéhez szükséges időtartam négyzetének függvényében is! Milyen megállapítást tud megfogalmazni a grafikonok alapján?
- c) Határozza meg az ejtőzsinórra fűzött csavaranyák gyorsulását!

3. Egyéb feladatok

A Egyenes vonalú mozgások I.

- a) Adja meg a következő fizikai mennyiségek jelentését: vonatkoztatási rendszer, pálya, út, elmozdulás!
- b) Értelmezze a pillanatnyi és az átlagsebesség fogalmát! Világítsa meg a két mennyiség közötti különbséget egy példán keresztül! Adja meg a sebesség mértékegységét és a pillanatnyi sebesség irányát!
- c) Mutassa be az egyenes vonalú egyenletes mozgás kinematikai jellemzői között fennálló kapcsolatokat megjelenítő grafikonokat! Adja meg az egyenes vonalú egyenletes mozgás kialakulásának dinamikai feltételét!
- d) Elképzelhető-e, hogy ugyanarról az autóról beszélve egyvalaki azt állítja, hogy nyugalomban van, egy másik ember szerint pedig $70 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ nagyságú sebességgel mozog, és mindketten igazat mondanak?

B Egyenes vonalú mozgások II.

- a) Adja meg a gyorsulás definícióját és mértékegységét! Példákkal illusztrálva mutassa be, a pillanatnyi sebességhez viszonyítva milyen irányban mutathat a gyorsulás!
- b) Mutassa be az egyenes vonalú egyenletesen változó sebességű mozgás kinematikai jellemzői között fennálló kapcsolatokat megjelenítő grafikonokat! Adja meg az egyenes vonalú egyenletesen változó sebességű mozgás kialakulásának dinamikai feltételét!
- c) Ismertesse az egyenes vonalú egyenletesen változó sebességű mozgás pillanatnyi sebességének és megtett útjának kiszámítását lehetővé tevő összefüggéseket! Értelmezze, mit takar a „négyzetes úttörvény” kifejezés!
- d) Milyen mozgások összetételeként foghatók fel a függőleges hajítások?

A tétel értékelési szempontjai

Maximális pontszám

1. A kísérlet összeállítása, elvégzése

15 PONT

2. A kísérlet elemzése a megadott szempontok szerint

20 PONT

A tétel értékelési szempontjai	Maximális pontszám
3. Választható kérdések a)	6 PONT
Választható kérdések b)	6 PONT
Választható kérdések c)	6 PONT
Választható kérdések d)	2 PONT
Tartalom összesen	55 PONT
A kifejtés módja	5 PONT
Összesen	60 PONT

A feladatmegoldás vázlata

1. A kísérlet elvégzése: (15 PONT)

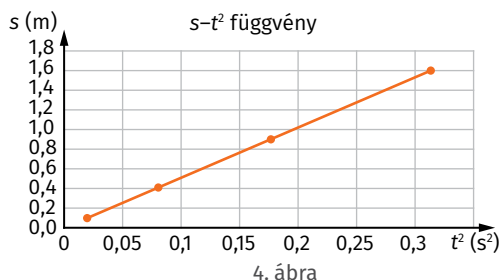
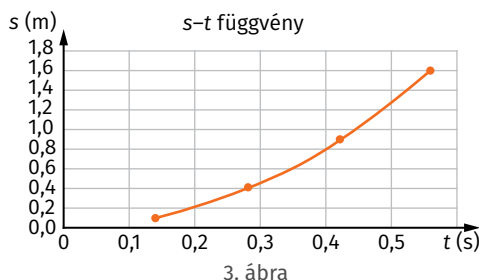
Hibát eredményezhet, hogy az emberi reakcióidő miatt a vonalzóval történő jeladás és az elengedés nem pontosan egyszerre történik. Emiatt a 10 cm-es magasságból eső csavaranya esési ideje kissé eltérhet a további becsapódások között mért időtartamtól. (Az *Audacity* alkalmazás használatáról még a 3. tételben is olvashat.)

2. A kísérlet értelmezése, elemzése: (20 PONT)

a) A csavaranyák becsapódásai között jó közelítéssel ugyanannyi idő telt el (kb. 0,14 s). Ebből következik, hogy a csavaranyák nem mozoghattak egyenletesen, hiszen akkor egyenlő időtartamok alatt egyenlő hosszú távolságokat kellett volna megtenniük. Esetünkben azonban az ugyanakkora időtartamok alatt megtett utak 1 : 3 : 5 : 7 arányban állnak egymással, vagyis a mozgás változó sebességű (3. ábra).

b) Az eredmények elfogadható pontossággal alátámasztják, hogy az ejtőzsinór-ra rögzített csavaranyák által megtett út egyenesen arányos a megtételéhez szükséges időtartam négyzetével, azaz a mozgás állandó gyorsulású (egyenletesen változó sebességű).

Δt (s)	Δt^2 (s ²)	s (m)
0,142	0,020 164	0,1
0,283	0,080 089	0,4
0,421	0,177 241	0,9
0,56	0,313 6	1,6





c) A gyorsulás az $s-t^2$ grafikon (4. ábra) meredekségének kétszereseként meghatározható, de az egyes mérési eredményekből átlagolással is megkapható. A négyzetes úttörvényből.

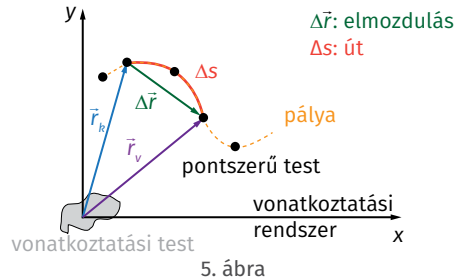
$$s = \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot s}{t^2}.$$

A fenti mérési eredményekből átlagolással $a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ adódik a gyorsulás értékére.

3. Egyéb feladatok (20 PONT)

A Egyenes vonalú mozgások I.

a) Egy test mozgásáról beszélni mindig csak egy másik testhez viszonyítva van értelme, ez utóbbi testet vonatkoztatási testnek, a hozzá rögzített derékszögű koordináta-rendszert vonatkoztatási rendszernek nevezzük. A vonatkoztatási rendszer kezdőpontjából a (pontoszerű) test pillanatnyi helyéhez mutató vektort helyvektornak, ennek bizonyos idő alatt bekövetkező megváltozását elmozdulásnak nevezzük. A mozgó test helyét megadó pontot az egymást követő időpillanatokban felvéve kirajzolódik az a görbe, amely mentén a test mozog. Ez a test pályája. A pálya meghatározott idő alatt befutott szakaszának hosszát útnak nevezzük (5. ábra).



b) A mozgás élénkségét, gyorsaságát jellemző mennyiség a sebesség. Egy nagyon rövid idő alatt bekövetkező elmozdulás és a megtételéhez szükséges idő hányadosaként számíthatjuk ki az úgynevezett pillanatnyi sebesség nagyságát:

$$v = \frac{\Delta r}{\Delta t} \quad (\Delta t \rightarrow 0).$$

A sebesség vektormennyiség, iránya a pillanatnyi elmozdulás, vagyis a pálya érintőjének irányába mutat. Mértékegysége a $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, illetve gyakran használt a $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

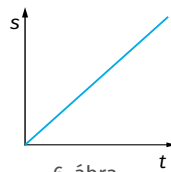
A pillanatnyi sebesség a mozgás során változhat, ezért egy tetszőlegesen hosszú időtartam alatt bekövetkezett elmozdulás és a hozzá szükséges idő hányadosa csak az ún. átlagsebességet adja meg. (Egyenletes mozgás esetében természetesen a pillanatnyi és az átlagsebesség ugyanaz az érték.) Az előbbi meghatározásokban erősen határozatlannak tűnik, mit is értsünk „nagyon rövid”, illetve „hosszú” időtartam alatt. Ezt mindig a vizsgált mozgás természete dönti el. Egy autó Szegedről Budapestre vezető, körülbelül 2 órás útja során a pillanatnyi sebességet megkaphatjuk, ha pl. az 1 s alatt bekövetkező elmozdulást osztjuk az eltelt idővel. (Ezt a pillanatnyi sebességet mutatja egyébként az autóban lévő sebességmérő.) Az átlagsebességet ebben az esetben megkaphatjuk, ha a Szeged–Budapest távolságot (kb. 180 km) elosztjuk a 2 órás menetidővel.

c) Egyenes vonalú egyenletes mozgást végez egy test, ha egyenes pályán egyenlő idők alatt egyenlő hosszúságú utakat fut be, bármekkora is ezek az időintervallumok. Egyenes vonalú egyenletes mozgásnál tehát $v = \frac{s}{t}$ állandó, ezt a megfelelő grafikonok is tükrözik (6. és 7. ábrák).

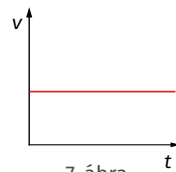
Észrevehetjük, hogy a sebesség–idő függvény grafikonja alatti terület számértékeileg megadja a megtett út nagyságát.

Mivel a dinamika alapegyenlete szerint egy test gyorsulása egyenesen arányos

a rá ható erők eredőjével, állandó sebességgel (vagyis zérus gyorsulással) csak akkor mozoghat egy test, ha a rá ható erők eredője zérus. Ez az egyenes vonalú egyenletes mozgás létrejöttének dinamikai feltétele.



6. ábra



7. ábra

d) Ha például egy autópálya két sávjában egymás mellett, egyaránt $70 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ nagyságú sebességgel halad két autó, akkor az egyik sofőr szerint a másik autó nyugalomban van. Ugyanekkor egy, az autópálya mellett álló ember azt állítja, hogy a szóban forgó autó $70 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel halad – vagyis a vonatkoztatási rendszer választásától függően a két állítás egyszerre igaz lehet!

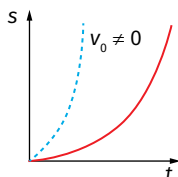
B Egyenes vonalú mozgások II.

a) Ha egy mozgó test sebessége változik, akkor a sebességváltozás folyamatát jól jellemző fizikai mennyiség a gyorsulás, melynek nagysága:

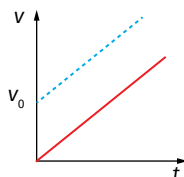
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

A gyorsulás mértékegysége a $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, számértékeileg megadja, hogy 1 s alatt hány $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ -mal változik meg az adott test sebessége. A gyorsulás vektormennyiség, iránya a sebességváltozás irányába mutat. Ez azt jelenti, hogy például amikor egy autó nyugalomból indulva, egyenes pályán növeli a sebességét, akkor a gyorsulása a pillanatnyi sebességgel azonos irányban mutat, ha viszont ez az autó fékez, akkor gyorsulása ellentétes irányú a pillanatnyi sebességével. Ha az autó egyenletesen mozogva egy köríven kanyarodik, akkor sebességváltozása, így gyorsulása is a körpálya középpontja felé mutat, azaz ilyenkor a gyorsulás a pillanatnyi sebességgel 90 fokos szöget zár be. (Ha görbe vonalú pályán, változó sebességnagysággal mozog az autó, akkor a gyorsulás a pillanatnyi sebességgel hegyesszöget vagy tompaszöget is bezárhat.)

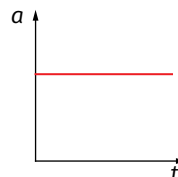
b) Az egyenes vonalú egyenletesen változó mozgásra jellemző grafikonok a következők:



8. ábra



9. ábra



10. ábra

Mivel a dinamika alapegyenlete szerint $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$, egyenes vonalú egyenletesen változó sebességű (állandó gyorsulású) mozgás létrejöttének dinamikai feltétele-



le, hogy a testre ható erők (vektori) eredője mindig a pálya egyenesével párhuzamos irányú és állandó nagyságú legyen.

c) Az egyenes vonalú egyenletesen változó mozgást leíró grafikonok közül a sebesség–idő grafikon ábrázolva (9. ábra) láthatjuk, hogy a pillanatnyi sebesség a $v_t = v_0 \pm a \cdot t$ összefüggéssel adható meg, ahol sebességnövelő mozgásnál összeadás, sebességcsökkentő mozgásnál kivonás szerepel. Kihasználva, hogy a sebesség–idő függvény grafikonja alatti terület számértékileg megadja az út (illetve elmozdulás) nagyságát, kaphatjuk az ún. trapézformulát, illetve a pillanatnyi sebességre vonatkozó összefüggés felhasználásával az úgynevezett négyzetes úttörvényt:

$$s = \frac{v_0 + v_t}{2} \cdot t = v_0 \cdot t \pm \frac{a}{2} \cdot t^2.$$

(Itt az előjeleket az előzőekben elmondottak szerint kell értelmezni, illetve használni. Természetesen, ha a gyorsulást vektor jellegéből adódóan eleve előjeles mennyiségként használjuk, akkor ezekre a negatív előjelekre nincs szükség.) Vagyis az állandó gyorsulással mozgó test által megtett út az idő négyzetével arányosan változik.

d) A függőleges hajítás egy, a kezdősebesség v_0 nagyságával egyenlő sebességgel történő egyenes vonalú egyenletes mozgás, és egy g gyorsulású szabadesés összetételként fogható fel. Ha a hajítás lefelé történik, akkor a pillanatnyi sebességek és a megtett utak is összeadódnak:

$$v_t = v_0 + g \cdot t, \text{ illetve } s = v_0 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2,$$

ha a kezdősebesség felfelé mutat, akkor pedig – felszálló ágban – kivonódnak:

$$v_t = v_0 - g \cdot t, \text{ illetve } s = v_0 \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2.$$

(A függőleges felfelé történő hajítás „leszálló ága” tulajdonképpen egy szabadesés.)

3. tétel A nehézségi gyorsulás értékének mérése*



Az *Audacity* hangfeldolgozó program segítségével mérje meg egy elejtett acélgolyó esési idejét! Határozza meg a mérés helyén a szabadesés gyorsulásának értékét!



Szükséges eszközök:

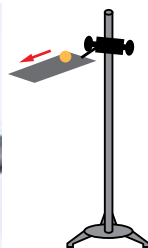
acél csapágygolyó (1–3 cm átmérőjű), állvány, szorítódíó, kémcsőfogó, érdes felületű kerámialap (padlólap), mérőszalag, számológép, mikrofon, (vagy netbook beépített mikrofonnal), a számítógépre telepített *Audacity* hangszerkesztő program

1. A kísérlet leírása:

Az állványra rögzítse a kerámialapot csaknem vízszintes állásban! Mérőszalaggal határozza meg a lap alsó szélének az asztallap síkjától mért magasságát! Elindítva az Audacity programot gurítsa végig a golyót a kerámialapon, majd miután az asztallapon koppanva



1. ábra



leérkezett, állítsa le a program futását (1. ábra)! A hangfelvétel grafikonját kiértékelve mérje meg a golyó eséséhez tartozó időtartam (a gurulás jele és a golyó koppanásának jele közötti tartomány) hosszát századmásodperces pontossággal! A mérést ismételje meg még két esetben, különböző magasságokat beállítva! Mérési eredményeit foglalja táblázatba, számolja ki az egyes esetekben meghatározott nehézségi gyorsulásértékeket, majd képezze a kapott eredmények átlagát!

2. Javaslat a kísérlet értelmezésére:

a) Milyen adatokat kell ismernie, illetve megmérnie ahhoz, hogy meghatározhassa a szabadesés gyorsulását?

b) Ismertesse, milyen eredményre jutott! Számítsa ki, hány százalékos hibával határozta meg a $9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ -es táblázati értékhez viszonyítva a gravitációs gyorsulás értékét! Mutasson rá a következő körülmények mérési eredményt befolyásoló hatására: a kerámia lap lejtése (vízszintessel bezárt szögének nagysága), illetve a mikrofon elhelyezkedése! (Felhasználhatja, hogy a hang terjedési sebessége a levegőben $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.)

3. Egyéb feladatok

A feladatok a 2. tételben szereplőkkel megegyezők.

A tétel értékelési szempontjai	Maximális pontszám
1. A kísérlet összeállítása, elvégzése	15 PONT
2. A kísérlet elemzése a megadott szempontok szerint	20 PONT
3. Választható kérdések a)	6 PONT
Választható kérdések b)	6 PONT
Választható kérdések c)	6 PONT
Választható kérdések d)	2 PONT
Tartalom összesen	55 PONT
A kifejtés módja	5 PONT
Összesen	60 PONT

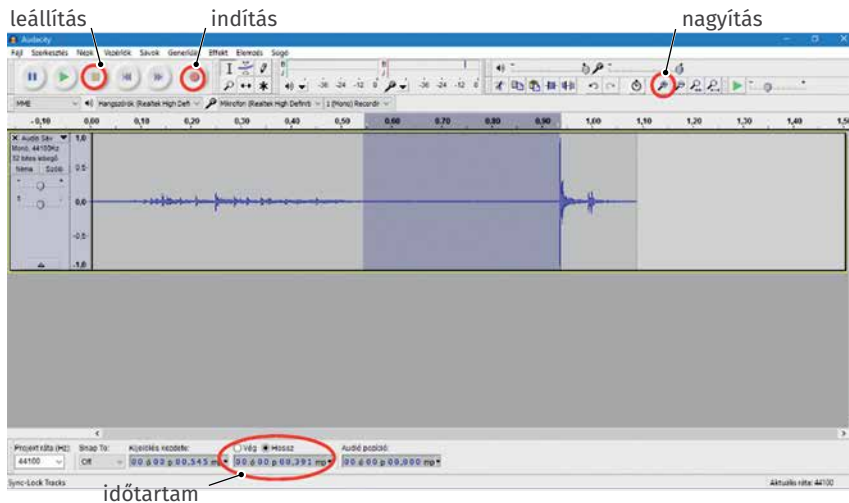


A feladatmegoldás vázlata

1. A kísérlet elvégzése: (15 PONT)

Némi jártasságot igényel az Audacity alkalmazás kezelése. A legfontosabb ismeretek könnyen elsajátíthatók, a 2. ábrán látható, a programfelületről készített kép alapján ezeket mutatjuk be.

A bal felső részben elhelyezkedő kezelőgombok közül az utolsó (piros körrel jelölt) benyomásával indítható a felvétel, melyet a harmadik (négyzetel jelölt) gomb lenyomásával kell megállítani. A felvétel megállítása után, az egér bal gombját lenyomva tartva, húzással kijelölhetjük a guruló golyó hangja és a koppanás közötti csendes tartományt. A jobb kivehetőség érdekében érdemes a képet felnagyítani a felület jobb felső sávjában található, + jellel ellátott nagyító szimbólumra kattintva.



2. ábra

Ha már jól kivehető a „gurulásjel” és a „becsapódásjel”, és pontosan kijelölésre került a gurulásjel végétől a koppanásjel kezdetéig tartó intervallum, akkor a kezelőfelület aljánál lévő középső számlálóablakból kiolvasható az esési időintervallum hossza (képünkön 0,391 s). Ügyelni kell arra, hogy a *Vég* és a *Hossz* opció közül az utóbbi legyen kijelölve a számlálóablak fölött. Ezután már a szabadesés gyorsulása kiszámítható. (Bemutatott példánkban $h = 0,76$ m volt az esési magasság, az esési

idő $t = 0,391$ s, így $g = 9,94 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ adódott eredményül.) A mérésnél némi gondot jelent-

het a környezeti zaj, ilyenkor segíthet, ha az *Effekt* menüpontból az *Erősítés*, illetve a *Zajszűrés* opciót választjuk, illetve alkalmazzuk, de az érettségi vizsgateremben adott körülmények remélhetőleg ezek használatát nem teszik szükségessé.

2. A kísérlet értelmezése, elemzése: (20 PONT)

a) A szabadesésre érvényes négyzetes úttörvényből a gravitációs gyorsulás meghatározható, ha ismerjük a golyónak a gurítólap alsó szélétől mért függőleges irányú elmozdulását (h), és az esés t idejét:

$$h = \frac{g}{2} \cdot t^2 \Rightarrow g = \frac{2 \cdot h}{t^2}.$$

b) Egy mérési sorozat eredményeit mutatja az alábbi táblázat:

$h \text{ (m)}$	$t \text{ (s)}$	$t^2 \text{ (s}^2\text{)}$	$g \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$
0,6	0,34	0,1156	10,38
0,75	0,38	0,1444	10,38
1	0,45	0,2025	9,87
Átlag:			10,21

Az eredmény tehát $g_{\text{átlag}} = 10,21 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, ennek százalékos eltérése a táblázati értéktől:

$$\frac{|g_{\text{táblázat}} - g_{\text{átlag}}|}{g_{\text{táblázat}}} \cdot 100\% = 4,1\%.$$

c) A gurításra szolgáló lap lejtése miatt a golyó tulajdonképpen nem vízszintes hajítást szenved, hanem ferdén lefelé mutató kezdősebességgel indul a lap alsó szélétől. Emiatt sebességének lesz egy függőlegesen lefelé mutató komponense is ($v_{0,y}$), vagyis a nehézségi gyorsulás értékének kiszámítására a fentiekben használt helyett a

$$h = v_{0,y} \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$$

összefüggés lenne érvényes a golyó mozgásának függőleges irányú elmozdulására nézve, aminek értelmében

$$g = \frac{2 \cdot (h - v_{0,y} \cdot t)}{t^2}.$$

A $v_{0,y}$ sebességkomponens annál kisebb, minél kisebb a gurítólap vízszintessel bezárt szöge, illetve minél rövidebb a gurítólap. Pontosságra törekedve éppen ezért a kerámialapot csaknem vízszintesre kell beállítani.

(Ha a hiba nagyságrendjét is meg akarjuk vizsgálni, akkor tegyük fel, hogy a lap felső szélétől nyugalomból indult a golyó, legyen a gurítólap hossza l , vízszintessel bezárt szöge α , és hanyagoljuk el a súrlódást a lap és a golyó között! Akkor a lap aljához érkező golyó sebessége a vízszintessel α szöget zár be, és nagysága

$$m \cdot g \cdot l \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot l \cdot \sin \alpha}.$$

Ennek a sebességnek a függőleges irányú komponense

$$v_{0,y} = v \cdot \sin \alpha = \sqrt{2 \cdot g \cdot l \cdot \sin^3 \alpha}.$$

Ha a mérési elrendezés adatait úgy becsüljük, hogy a gurítólap hossza kb. 20 cm, a beállított lejtőszög pedig kb. 10° , azt kapjuk, hogy $v_{0,y} = 0,14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Ezzel számolva a legkisebb ejtési magasság esetében adódó legnagyobb hiba esetén

$$g = \frac{2 \cdot (h - v_{0,y} \cdot t)}{t^2} = \frac{2 \cdot (0,6 - 0,14 \cdot 0,34)}{0,34^2} = 9,55 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$



adódna az eredetileg számolt $10,38 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ helyett. Ez elég jelentős eltérés. A hiba kicsit kisebb, ha a golyó csúszásmentes legördülését feltételezzük, ezzel együtt a legcélszerűbb megoldás az, ha a lapot vízszintesre állítjuk, és a golyót kezdősebességgel gurítjuk el rajta.)

A másik mérési hibát okozó tényező vizsgálatához tegyük fel, hogy a mikrofon valamelyik szélső helyen, tehát az indítási pont, vagy a becsapódási hely mellett van! Akkor a pálya másik végpontjában bekövetkező esemény hangja némi időközéssel (Δt) érkezik a mikrofonhoz, ami a mozgás időtartamának mérésében hibát okoz. Azonban a mérési körülmények olyanok, hogy a pálya két végpontjának maximális s távolsága alig valamivel nagyobb lehet, mint 1 m. A hang ezt a távolságot néhány ezredmásodperc alatt teszi meg, pl. $s = 1,5$ m esetén

$$\Delta t = \frac{s}{c_{\text{hang}}} = 0,004 \text{ s.}$$

Mivel az esés időtartamát századmásodperc pontossággal mértük, ennek az időközéssel a figyelmen kívül hagyása nem okoz számottevő hibát. A mikrofon elhelyezkedése tehát nem befolyásolja lényegesen a mérési eredményt, ezzel együtt, amennyiben lehetséges, célszerű a mikrofont körülbelül az esési magasság felénél elhelyezni.

3. Egyéb feladatok..... (20 PONT)

A feladatokra adott válaszok a 2. tételben megtalálhatók.

4. tétel Lendületváltozás és erő

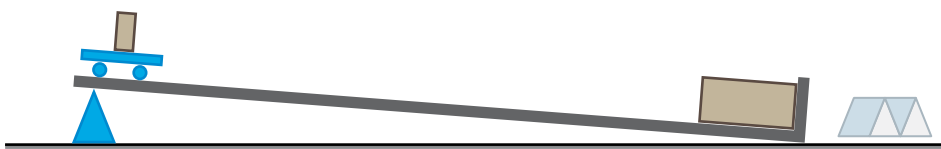
Vizsgálja meg, milyen eltérést eredményez az ütközés következményeiben, ha egy kiskocsi merev fal helyett egy könnyen deformálható felületnek ütközve fékeződik le!

Szükséges eszközök:

sínpálya kb. 2 cm magas alátámasztó elemmel, könnyen gördülő kiskocsi, fahenger, azonos hosszúságú fahasáb és harmonikaszerűen összehajtogatott kartonpapír

1. A kísérlet leírása:

Helyezze a sínpálya egyik végének alátámasztásával kialakított kis hajlásszögű gördítő lejtő tetejére a kiskocsit, melyre állítsa rá a fahengert! A lejtő alsó végére fektesse rá először a fahasábot! Engedje el a kiskocsit, és figyelje meg a lejtő alján bekövetkező ütközést! Ismételje meg a kísérletet úgy, hogy a lejtő alján lévő fahasábot a vele azonos hosszúságú „kartonpapír-harmonikára” cseréli ki! Ekkor is figyelje meg a kocsi lefékeződésének folyamatát (1. ábra)!



1. ábra

2. Javaslat a kísérlet értelmezésére:

- a) Hasonlítsa össze a kiskocsi és a rajta lévő henger ütközés előtti lendületét/sebességét, illetve a lefékeződés során bekövetkező lendület-/sebességváltozását a két esetben!
- b) Melyik esetben hatott nagyobb fékező erő a kiskocsira? Válaszát indokolja!
- c) Magyarázza meg, miért csúszott meg az egyik ütközésben a fahenger, és miért nem csúszott meg a másik esetben!

3. Egyéb feladatok**A A lendület**

- a) Ismertesse a tehetetlenség törvényét, és adja meg, milyen vonatkoztatási rendszerben érvényes!
- b) Mutassa be a mozgásállapotot dinamikai szempontból jellemző fizikai mennyiséget, adja meg kiszámítási módját, mértékegységét, jellegét, irányát!
- c) Milyen megmaradási törvény alkalmazható a testek tökéletesen rugalmatlan ütközésére? Mondja ki a törvényt! Említsen egy példát két test rugalmatlan ütközésére, és írja fel az adott szituációra az említett megmaradási törvényt!
- d) Melyik tudós munkássága kapcsolatos a jelenségkörrel?

B Az erő

- a) Ismertesse az erő fizikai fogalmának értelmezését, sorolja fel az erő jellemzőit!
- b) Mit állíthatunk egy párkölcsönhatás során az egyes testek által egymásra kifejtett erőről?
- c) Mi lehet a jelentősége a gépjárművek elején, illetve hátulján kialakított ún. „gyűrődési zónának”? (Gyűrődési zóna: az autó külső részei lágyabb, majd befelé haladva egyre keményebb, erősebb anyagból kerülnek kialakításra.) Miért szükséges, hogy a gépkocsiban ülők használják a biztonsági öveiket?
- d) Melyik tudósnak köszönhető a fizikai erőfogalom kialakítása?

A tétel értékelési szempontjai**Maximális pontszám**

1. A kísérlet összeállítása, elvégzése	15 PONT
2. A kísérlet elemzése a megadott szempontok szerint	20 PONT
3. Választható kérdések a)	5 PONT
Választható kérdések b)	6 PONT



A tétel értékelési szempontjai	Maximális pontszám
Választható kérdések c)	6 PONT
Választható kérdések d)	3 PONT
Tartalom összesen	55 PONT
A kifejtés módja	5 PONT
Összesen	60 PONT

A feladatmegoldás vázlata

1. A kísérlet elvégzése: (15 PONT)

Megfigyelhető, hogy a kiskocsira helyezett henger a fahasábbal történő ütközés során megcsúszik, esetleg felbillen, a kartonpapírból hajtogatott „harmonikával” történő ütközés során viszont nem.

2. A kísérlet értelmezése, elemzése: (20 PONT)

a) A kiskocsi teljesen azonos körülmények között (azonos magasságból indulva, ugyanannyi út megtétele után) érkezik az ütközőhöz, ezért lendülete/sebessége mindkét esetben ugyanakkora lesz, amely azután a lefékeződés során zérusra csökken. Tehát a két ütközésben azonos nagyságú lendület-/sebességváltozás következik be.

b) A fahasáb nagyobb erőt fejtett ki a kiskocsira, mint az összehajtogatott kartonpapír, ugyanis a fával történő ütközésben ugyanolyan mértékű lendületváltozás rövidebb idő alatt következett be. Más megközelítésben: nagyobb volt a kiskocsi gyorsulása a fékezés során.

c) A fahenger (fékezésnél fellépő) gyorsulását a kiskocsival érintkező felületén fellépő tapadási, illetve csúszási súrlódási erő okozhatja. A kisebb gyorsulást a tapadási erő még biztosítani tudja, ekkor a henger együtt gyorsul a kocsival, a nagyobb gyorsuláshoz azonban a tapadási erő maximális értékét meghaladó erőre lenne szükség, ezért a henger a kocsihoz képest előrecsúszik, míg a csúszási súrlódási erő zérusra nem csökkenti a sebességét.

3. Egyéb feladatok (20 PONT)

A A lendület

a) A tehetetlenség törvénye (Newton I. törvénye): magára hagyott test sebessége állandó, vagyis minden test megtartja nyugalmi állapotát, illetve egyenes vonalú egyenletes mozgását mindaddig, míg más testek vagy mezők mozgásállapotának megváltoztatására nem kényszerítik. Azokat a vonatkoztatási rendszereket, amelyekben nem figyelhetünk meg olyan mozgásállapot-változásokat, melyeknél a mozgásállapot-változást okozó testet, illetve mezőt nem lehet azonosítani, inerciarendszereknek nevezzük.

b) A testek mozgásállapotának dinamikai jellemzésére használt fizikai mennyiség a test lendülete. A lendület a test tömegének és sebességének szorzataként

meghatározott vektormennyiség, iránya a pillanatnyi sebesség irányába mutat, tehát a pálya érintőjének irányába esik:

$$\vec{I} = m \cdot \vec{v}.$$

Mértékegysége a $\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

c) A tökéletesen rugalmatlan ütközések leírására a lendület-megmaradás törvénye alkalmazható: zárt rendszer összlendülete állandó. Ha például a rendező-pályaudvaron álló m_2 tömegű vagonra v_1 sebességgel rágördítenek egy másik, m_1 tömegű vagon, s azok összekapcsolódva egy közös sebességgel haladnak tovább, akkor a törvény értelmében a közös sebesség az

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{v}_{\text{közös}}$$

egyenlet alapján határozható meg.

d) Isaac Newton (17. század utolsó harmada) angol fizikus-matematikus

B Az erő

a) Ha a testet egyidejűleg csak egyetlen hatás éri, akkor az erre a hatásra jellemző erő számértékileg megegyezik az általa okozott lendületváltozás sebességével:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{I}}{\Delta t}.$$

Állandó tömegű test esetében az összefüggés az

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

alakban is írható. Úgy is fogalmazhatunk, hogy ha egy testet egyidejűleg csak egyetlen hatás éri, akkor gyorsulása egyenesen arányos az erre a hatásra jellemző erő nagyságával, fordítottan arányos a test tömegével, és a gyorsulás az erő irányába mutat (Newton II. törvénye). Az erő vektormennyiség, iránya a lendület-, illetve sebességváltozás, vagyis a gyorsulás irányába mutat, mértékegysége a newton (N). Az erők – bizonyos esetekben – támadáspontjuk, illetve hatásvonaluk megadásával is jellemezhetők.

b) Ha egy A test $\vec{F}_{AB}$ erővel hat egy B testre, akkor egyidejűleg a B test ugyanekkora nagyságú, de ellentétes irányú $\vec{F}_{BA}$ erővel hat az A testre:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}.$$

Ez a hatás-ellenhatás elve, vagy Newton III. törvénye. (Erő és ellenerő tehát más-más testekre hatnak.)

c) Egy esetleges ütközésben fellépő erő kisebb, ha a lendületváltozás ideje hosszabb, ami a deformálhatóság révén elérhető. (Más megközelítésben: a deformációra „fordítódik” az elvesző mozgási energia egy része.) A becsatolt biztonsági öv tudja biztosítani azt az erőt, ami az utas számára gyakorlatilag ugyanazt a (nagy) gyorsulást eredményezheti, amit az autó az ütközésben elszenved.

d) Isaac Newton (17. század utolsó harmada) angol fizikus-matematikus.



5. tétel Párkölcsönhatások tanulmányozása*



Laprugós ütközőkkel ellátott, könnyen mozgó kiskocsik ütköztetésével tanulmányozza a rugalmas ütközés jelenségét!



Szükséges eszközök:

két egyforma, tűcsapágyas kiskocsi rugós ütközővel (mechanikai tanuló kísérleti készletből), a kocsikra rögzíthető nehezékek, sima felületű asztal vagy alumínium gördítő sín



1. ábra

A kísérlet leírása:

1. A vízszintes, sima asztalra, illetve sínre helyezett kocsikat rugós ütközőikkel egymás felé nézve ütköztesse egymással (1. ábra)! Első esetben a két kocsi tömege legyen egyforma, és az egyik kiskocsi az ütközést megelőzően legyen nyugalomban! Figyelje meg, hogyan mozognak a kocsik közvetlenül az ütközés után! Ismétlje meg a kísérletet úgy is, hogy a kocsik szerepét felcseréli! A második esetben rögzítsen annyi nehezéket az egyik kiskocsira, hogy annak tömege lényegesen meghaladja a másik kocsit! Végezze el a két kocsi rugalmas ütköztetését úgy, hogy a kisebb tömegű kocsi fusson neki a kezdetben álló, nagyobb tömegűnek, majd ismétlje meg a kísérletet úgy is, hogy az ütközés előtt a kisebb tömegű kocsi legyen nyugalomban!

2. Javaslat a kísérlet értelmezésére:

- a) Mit tapasztalt, amikor rugalmas ütközőkkel ellátott, egyforma tömegű kiskocsikat ütköztetett egymással úgy, hogy az egyik kocsi kezdetben állt?
- b) Ismertesse, mit tapasztalt, amikor rugalmas ütközőkkel ellátott, lényegesen eltérő tömegű kiskocsikat ütköztetett egymással úgy, hogy az egyik kocsi kezdetben állt!
- c) Ismertesse, milyen megmaradási törvények alkalmazásával lehetne mennyiségileg leírni a rugalmas ütközéseket! Mutassa be, hogy az elvégzett kísérleteiben szerzett tapasztalatai összhangban vannak az elmélet alapján várt eredménnyel!

3. Egyéb feladatok

A feladatok a 4. tételben szereplőkkel megegyezők.

A tétel értékelési szempontjai	Maximális pontszám
1. A kísérlet összeállítása, elvégzése	15 PONT
2. A kísérlet elemzése a megadott szempontok szerint	20 PONT
3. Választható kérdések a)	5 PONT

A tétel értékelési szempontjai	Maximális pontszám
Választható kérdések b)	6 PONT
Választható kérdések c)	6 PONT
Választható kérdések d)	3 PONT
Tartalom összesen	55 PONT
A kifejtés módja	5 PONT
Összesen	60 PONT

A feladatmegoldás vázlata

1. A kísérlet elvégzése: (15 PONT)

Az ütközést *közvetlenül megelőző*, illetve *közvetlenül azt követő* pillanatokban figyeljük meg a kocsik mozgásának sebességét (gyorsaságát)!

2. A kísérlet értelmezése, elemzése: (20 PONT)

a) Amikor egyforma tömegű kiskocsikat ütköztetünk egymással rugalmasan, akkor a kezdetben mozgó kiskocsi megáll, a másik, kezdetben nyugvó kiskocsi pedig mozgásba jön. Szemre nehéz megítélni, de körülbelül ugyanolyan nagyságú sebességgel indul el a kezdetben nyugvó kocsi az ütközést követően, mint amekkora sebességgel a kezdetben mozgó kiskocsi nekiütközött. A jelenség ugyanúgy zajlik le, akármelyik kocsi mozog, illetve áll az ütközést megelőzően.

b) Amikor a kisebb tömegű kocsi ütközik rugalmasan a kezdetben álló, nála lényegesen nagyobb tömegű kocsival, a kezdetben mozgó kocsi visszapattan, csaknem ugyanolyan nagy sebességgel, mint amekkorával az ütközés előtt rendelkezett, a nagy tömegű kocsi pedig alig mozdul meg, illetve csak igen kicsi sebességgel indul el a kezdetben mozgó kiskocsi mozgásirányában. Ha a kisebb tömegű kocsi kezdetben áll, és a nála lényegesen nagyobb tömegű mozgó kocsi ütközik neki rugalmasan, akkor a kis tömegű kocsi viszonylag nagy sebességre tesz szert, a nagy tömegű pedig alig veszít valamit a sebességéből, továbbá mindketten a kezdetben mozgó, nagyobb tömegű kocsi mozgásirányában haladnak az ütközés után.

c) Két test párkölcsönhatása során, ha a testek zárt rendszert alkotnak, mindig érvényes a lendületmegmaradás törvénye. Tökéletesen rugalmas ütközés során emellett a mechanikai energia sem veszhet el, az ütköző testek mozgási energiájának összege az ütközést követően ugyanannyi marad, mint amennyi az ütközés előtt volt. A rugalmas ütközést leíró egyenletek tehát a következők:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \cdot \vec{v}_{1,e} + m_2 \cdot \vec{v}_{2,e} &= m_1 \cdot \vec{v}_{1,u} + m_2 \cdot \vec{v}_{2,u} \\ \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_{1,e}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_{2,e}^2 &= \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_{1,u}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_{2,u}^2 \end{aligned} \right\}.$$

Az egyenletekben $\vec{v}_{1,e}$, $\vec{v}_{2,e}$, valamint $\vec{v}_{1,u}$, $\vec{v}_{2,u}$ az m_1 , illetve m_2 tömegű testek ütközés előtti, illetve ütközés utáni sebességét jelölik. Ezekből az egyenletekből kiszámítható, hogy az egyenlő tömegű kiskocsik ütközésénél a kezdetben nyug-



vó kocsí az ütközést követően ugyanolyan nagyságú sebességgel indul el, mint amekkora sebességgel a kezdetben mozgó kiskocsi nekiütközött. Az is belátható, hogy a nála lényegesen nagyobb tömegű álló kocsival ütköző kocsí ugyanolyan nagy sebességgel pattan vissza, mint amekkorával az ütközés előtt rendelkezett, a nagy tömegű kocsí pedig gyakorlatilag nyugalomban marad. Az egyenletekből az is adódik, hogy ha a kisebb tömegű kocsí kezdetben áll, és a nála lényegesen nagyobb tömegű mozgó kocsí ütközik neki rugalmasan, akkor a kis tömegű kocsí kétszer akkora sebességre tesz szert, mint amekkorával a nagy kocsí nekiütközött, a nagy tömegű pedig gyakorlatilag változatlan sebességgel halad tovább. [A pontos levezetés a vizsga keretei között idő hiányában nehezen elvégezhető, itt azonban bemutatjuk.

Egyenlő tömegű testek rugalmas ütközése esetén, amennyiben pl. $\vec{v}_{1,e} = 0$, és a kezdetben $\vec{v}_{2,e} = \vec{v}$ sebességű test mozgásirányába mutató vektorkomponenseket pozitív számokkal jelezzük, az egyenletrendszer a következőképpen alakul:

$$\left. \begin{aligned} v &= v_{1,u} + v_{2,u} \\ v^2 &= v_{1,u}^2 + v_{2,u}^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v^2 = (v - v_{2,u})^2 + v_{2,u}^2 \Rightarrow 0 = 2 \cdot v_{2,u}^2 - 2 \cdot v_{2,u} \cdot v.$$

A kapott hiányos másodfokú egyenlet (pl. szorzatra bontással vagy megoldó képlettel történő) megoldásából adódik, hogy $v_{2,u} = 0$ vagy $v_{2,u} = v$. Nyilvánvalóan a fizikailag értelmes megoldás az előbbi, hiszen az m_2 tömegű test sebessége az ütközés előtt volt v nagyságú. Az első egyenletbe visszahelyettesítve kapjuk, hogy $v_{1,u} = v$, vagyis a két, egyforma tömegű kiskocsi „sebességet cserélt”, függetlenül attól, hogy kezdetben melyikük volt nyugalomban, illetve mozgásban. A kísérlet tapasztalatai ezt alátámasztják.

Vizsgáljuk meg most azt az esetet, amikor az egyik kocsí tömege lényegesen nagyobb a másik kocsí tömegénél, például $m_1 \gg m_2$! Legyen először $\vec{v}_{1,e} = 0$ és $\vec{v}_{2,e} = \vec{v}$, azaz a nagyobb tömegű, nyugvó kocsinak ütközzön neki a mozgásban lévő, kis tömegű kocsí. Ekkor az egyenletrendszer a következőképpen alakul (továbbra is a $\vec{v}_{2,e} = \vec{v}$ sebességű kocsí mozgásirányába mutató vektorkomponenseket tekintve pozitívnak):

$$\left. \begin{aligned} m_2 \cdot v &= m_1 \cdot v_{1,u} + m_2 \cdot v_{2,u} \\ m_2 \cdot v^2 &= m_1 \cdot v_{1,u}^2 + m_2 \cdot v_{2,u}^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_2 \cdot v^2 = m_1 \cdot \left(\frac{m_2 \cdot v - m_2 \cdot v_{2,u}}{m_1} \right)^2 + m_2 \cdot v_{2,u}^2.$$

A négyzetre emelés elvégzése és az egyenletrendezés után $v_{2,u}$ -ra a következő másodfokú egyenletet kaphatjuk:

$$(m_1 + m_2) \cdot v_{2,u}^2 - 2 \cdot m_2 \cdot v \cdot v_{2,u} + (m_2 - m_1) \cdot v^2 = 0.$$

Ha az egyenlet mindkét oldalát osztjuk m_1 -gyel ($m_1 \gg m_2$), akkor $\frac{m_2}{m_1} \approx 0$ kö-

zelítéssel élve kaphatjuk, hogy $\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \cdot v_{2,u}^2 - 2 \cdot \frac{m_2}{m_1} \cdot v \cdot v_{2,u} + \left(\frac{m_2}{m_1} - 1\right) \cdot v^2 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_{2,u}^2 = v^2.$$

Azaz $v_{2,u} = v$, vagy $v_{2,u} = -v$. Viszont mivel az ütközés előtt teljesült, hogy $v_{2,e} = v$, ezért fizikailag a második megoldás értelmes, azaz, azt kaptuk, hogy a kis tö-

megű test a nálánál sokkal nagyobb tömegű, nyugvó testnek ütközve visszapattan, ugyanakkora, de ellentétes nagyságú sebességgel halad az ütközést követően. A lendületmegmaradást kifejező egyenletre ránézve látható, hogy ekkor az igen nagy tömegű test sebessége az ütközést követően zérus marad. A kísérleti tapasztalatok ezt a megállapítást is alátámasztják.

Végül vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor az egyik kocsi tömege lényegesen nagyobb a másik kocsi tömegénél, például $m_1 \gg m_2$, viszont legyen $\vec{v}_{1,e} = \vec{v}$ és $\vec{v}_{2,e} = 0$, azaz a nagyobb tömegű, mozgásban lévő kocsi ütközzön neki a nyugvó, kis tömegű kocsinak! Ekkor a megfelelő egyenletrendszer:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \cdot v &= m_1 \cdot v_{1,u} + m_2 \cdot v_{2,u} \\ m_1 \cdot v^2 &= m_1 \cdot v_{1,u}^2 + m_2 \cdot v_{2,u}^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_1 \cdot v^2 = m_1 \cdot \left(\frac{m_1 \cdot v - m_2 \cdot v_{2,u}}{m_1} \right)^2 + m_2 \cdot v_{2,u}^2.$$

A négyzetre emelés elvégzése és az egyenletrendezés után $v_{2,u}$ -ra a következő másodfokú egyenletet kaphatjuk: $(m_1 + m_2) \cdot v_{2,u}^2 - 2 \cdot m_1 \cdot v \cdot v_{2,u} = 0$.

Ha az egyenlet mindkét oldalát osztjuk m_1 -gyel ($m_1 \gg m_2$), akkor $\frac{m_2}{m_1} \approx 0$ közelítéssel élve kaphatjuk, hogy

$$\left(1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \cdot v_{2,u}^2 - 2 \cdot v \cdot v_{2,u} = 0 \Rightarrow v_{2,u}^2 - 2 \cdot v \cdot v_{2,u} = 0 \Rightarrow v_{2,u} \cdot (v_{2,u} - 2 \cdot v) = 0.$$

Mivel $v_{2,e} = 0$, a fizikailag értelmes megoldás a $v_{2,u} = 2 \cdot v$. A lendületmegmaradást kifejező egyenletbe visszahelyettesítve kaphatjuk, hogy az igen nagy tömegű

test $\left(\frac{m_2}{m_1} \approx 0 \right)$ sebessége az ütközést követően

$$v_{1,u} = \frac{m_1 \cdot v - m_2 \cdot 2 \cdot v}{m_1} = v - \frac{m_2}{m_1} \cdot 2 \cdot v \approx v,$$

azaz szinte változatlan marad. Ezt az eredményt is alátámasztja a kísérlet tapasztalata.]

3. Egyéb feladatok.....(20 PONT)

A feladatokra adott válaszok a 4. tételben megtalálhatók.

6. tétel Reakciós turbina-modell (Segner-kerék) mozgásának tanulmányozása *



Vizsgálja meg a kiáramló víz által megforgatott palack mozgását, mutasson rá a palack mozgását meghatározó dinamikai okokra!



Szükséges eszközök:

fonálon függő műanyag palack, melynek alsó részében két, hajlítható, vastag szívószál van beragasztva, vödör, víz