

1. FELADATSOR

I. RÉSZ

1. Adja meg a következő halmazok elemeit, ha $A = \{e; d; i; t\}$, $B = \{e; m; i; l\}$!

$A \cap B$; B / A (2 PONT)

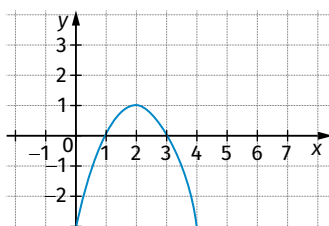
2. Egyszerűsítse a következő törtet ($x \neq 2$)!

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4} \dots\dots\dots (3 \text{ PONT})$$

3. Hány éle van egy hétpontú teljes gráfnak? (2 PONT)

4. Egy kör átmérőjének két végpontja $A(-4; 6)$ és $B(2; -8)$. Írja fel a kör egyenletét! (3 PONT)

5. Adja meg a valós számok halmazán értelmezett, az alábbi grafikonnal megadott másodfokú függvény értékkészletét, szélsőértékét és a szélsőérték helyét! (3 PONT)



6. A 40 m magasan repülő sas 20° -os lehajlási szögben pillantja meg a bokorban megbújó nyulat. Milyen messze van az adott pillanatban egymástól a két állat? Válaszát számolással indokolja! Az eredményt egészre kerekítve, méterben adja meg! (4 PONT)

7. Adja meg a következő állítások logikai értékét! (2 PONT)

A) A rombusz átlóvektorainak skaláris szorzata pozitív.

B) A szabályos tízszög csak 36° -os forgatással vihető át önmagába.

C) Van olyan háromszög, amely körülírt körének középpontja a háromszög egyik oldalán helyezkedik el.

8. Hányféleképpen lehet sorba rendezni a METALLICA szó betűit? (2 PONT)

9. Tamás elhatározta, hogy fából kifaragja a Kheopsz piramis kicsinyített mását. Úgy tervezi, hogy művének alapterülete az eredeti alapterület egy milliomod része lesz. Hányad része lesz Tamás piramisának térfogata az eredeti térfogatnak? (3 PONT)

10. Írja fel tízes számrendszerben a következő kettes számrendszerbeli számot!
 $100\ 110_2$ (2 PONT)

11. Egy számtani sorozat első tagja -5 , nyolcadik tagja 16 . Adja meg a differenciát! (2 PONT)

12. Adja meg a következő kifejezés értelmezési tartományát!
 $\lg(4x - 32)$ (2 PONT)

II. RÉSZ

A feladattípus

13.

a) Ábrázolja számegyenesen a következő egyenlőtlenség megoldását!

$$\frac{5x-3}{4} + \frac{x+3}{2} \leq -\frac{9}{20} + \frac{6-x}{5} \quad \dots\dots\dots (4 \text{ PONT})$$

b) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$9^{x+\frac{1}{2}} - 3^{x+3} - 8 = 3^0 - 3^x \quad \dots\dots\dots (7 \text{ PONT})$$



11 PONT

14. Egy szabályos sokszög egy oldalának hossza 10 cm , átlóinak száma 189 .

a) Számítsa ki a sokszög területét! (7 PONT)

b) Határozza meg a 21 oldalú szabályos sokszögbe írható kör területét, ha az oldalak hossza 10 cm ! (3 PONT)

c) Egy szabályos nyolcszög alakú asztalhoz leültetünk nyolc embert, Alexát, Beát, Csabát, Dorkát, Editet, Ferit, Gézát és Hildát. Mennyi a valószínűsége, hogy Alexa Csaba mellé kerül, Dorka pedig Edit mellé, ha minden elhelyezkedés egyformán valószínű? (4 PONT)



14 PONT

15.

a) A győri Audi gyár vezetősége elhatározza, hogy minden évben 2%-kal több autót gyártanak, mint az előzőben. Imre ebben az évben, 20 éves korában kezd el dolgozni a gyárban. Hány éves lesz akkor, mikorra a gyár az ez évi termeléséhez viszonyítva megkétszerezi a gyártott autók számát? (7 PONT)

b) A gyár 2014-ben 98 170 db A3 Limusine-t gyártott. Ha minden évben 5000 darabbal többet gyártanak, mint az azt megelőzőben, melyik évben duplázzák meg a 98 170-es darabszámot? (Forrás: www.audihungaria2014-hu.audiportal.hu).... (4 PONT)



11 PONT

B feladattípus

16. Egyik kézilabda csapatunk játékos kerete a 2014/2015-ös idényben 18 játékosból állt. A játékosok életkorát az alábbi táblázat mutatja.

Életkor (év)	24	25	27	28	30	31	32	34	35	36
Játékos (fő)	1	2	1	1	4	2	1	3	2	1

a) Adja meg a játékosok életkorának móduszát és mediánját! (2 PONT)

b) Ábrázolja kördiagramon az életkorok megoszlását a 30 évnél idősebb játékosok esetén! (3 PONT)

c) A kézilabda szurkolói közül egy tizenegy fős baráti társaság elhatározta, hogy a csapat ajándékboltjában vásárolnak. Hosszas válogatás után hatan a mezvásárlás, öten pedig a szurkolói sál vásárlása mellett döntöttek. Kiszámolták, hogy így összesen 66 500 Ft-ot fizetnek. A pénztárnál kiderült, hogy mivel bérlettulajdonosok, ezért a mezekre 15%, a sálakra 10% kedvezmény jár. Így a számla 57 150 Ft lett. Mennyi volt a mez és a sál eredeti ára? (7 PONT)

d) A csapat két kapusa 31, illetve 30 éves. Mennyi a valószínűsége annak, hogy hat, véletlenszerűen választott mezőnyjátékosból pontosan 1 fő 25 éves és 2 fő 34 éves? (5 PONT)



17 PONT

17. Törpilla Halloween előtt elhatározza, hogy varázsló süveget készít magának és három barátnőjének egy 64 cm átmérőjű körlepből úgy, hogy a körlepet egyenlő nagyságú körcikkekre vágja.

a) Határozza meg, milyen magasak lesznek a kúp alakú süvegek? A végeredményt cm-ben egészen kerekítve adja meg! (7 PONT)

b) Befér-e a süveg alá Hókuszpók 14 cm átmérőjű varázsgömbje, ha sikerül figyelmét elterelve a törpöknek elcsenni? (6 PONT)

c) Okoska egy alkalommal megmérte, hogy az út, amely a házától egyenesen Törpapa házához vezet 300 m, Dulifuliéhoz vezető pedig 700 m. Törpapa és Dulifuli háza között még nincs ösvény, ezt szeretnék megépíteni. Milyen hosszú lesz az ösvény, ha a meglévő két ösvény 110° -os szöget zár be egymással? Válaszát méterre kerekítve adja meg! (4 PONT)



17 PONT

18. Egy nagyobb baráti társaság elhatározza, hogy a nyáron zenei fesztiválra is elmennek. A fesztiválok közül nem tudtak egyet kiválasztani, ahová mindenki szívesen elment volna, de mindenki részt vett legalább egy rendezvényen. Végül a SZIN-re (Szegedi Ifjúsági Napok) tizenheten, a soproni VOLT-ra tizenhatan, a Sziget Fesztiválra 20 fő ment el. Közülük kilencen a VOLT-on és a SZIN-en is részt vettek, nyolcan a VOLT-on és a Sziget Fesztiválon, tizenegyen pedig a SZIN-en és a Sziget Fesztiválon is buliztak. Öten mindhárom fesztiválra elmentek.

a) Hányan vannak a baráti társaságban? (4 PONT)

b) Hányan voltak közülük csak egy fesztiválon? (2 PONT)

c) Panka nyolc családtagja is szeret fesztiválra járni. Voltak, akik a paksi Nemzetközi Gasztro-blues fesztiválon szórakoztak, a többiek a SZIN-re mentek el. Senki nem volt mindkét fesztiválon. A blues fesztiválra a bérlet ára 16 900 Ft, a SZIN-re pedig 19 900 Ft. A bérletekért összesen 150 200 Ft-ot fizettek. Hányan voltak a családból az egyes rendezvényeken? (5 PONT)

d) Az online vásárolt bérletek egyikét otthon felejtették, de a beléptető rendszerbe be lehetett írni a vonalkód számát is, amely azonosította a vásárlót. Precíz Imi, a vonalkódból csak 2 számjegyre nem emlékezett, de azt tudta, hogy 10 jegyű szám és a számok sorrendje 8900x 6452y. Azt még megjegyezte, hogy a szám osztható 36-tal (Imi 36 éves), a számok között nincs hármas, és csak két nulla szerepel benne. Be tud-e menni Imi a koncertekre, vagy haza kell mennie a jegyért? (6 PONT)



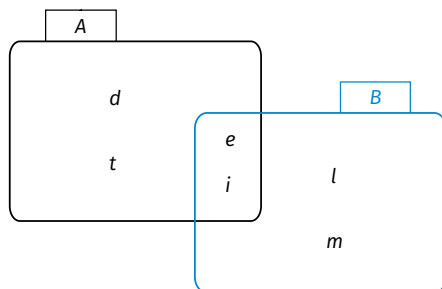
17 PONT

1. FELADTSOR

I. RÉSZ

1.

A halmazábráról leolvasható:



1 PONT

$A \cap B = \{e; i\}$ A és B halmaz közös részének elemei.

$B \setminus A = \{l; m\}$, olyan elemek, amelyek B halmaznak elemei, de nem elemei A-nak.

1 PONT

Összesen:

2 PONT

2.

A számláló szorzat alakja: $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$.

1 PONT

A nevező szorzat alakja: $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2 = (x - 2)(x - 2)$.

1 PONT

A tört: $\frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 2)(x - 2)}$, $(x - 2)$ -vel lehet egyszerűsíteni, mert x nem lehet 2.

1 PONT

Az egyszerűsített tört: $\frac{x + 2}{x - 2}$.

Összesen:

3 PONT

3.

Az n pontú teljes gráf éleinek száma: $\frac{n(n - 1)}{2}$.

1 PONT

Ebben az esetben: $\frac{7 \cdot 6}{2} = 21$ éle van a hétpontú teljes gráfnak.

1 PONT

Összesen:

2 PONT

4.

A kör középpontja az AB átmérő felezőpontja: $O\left(\frac{-4+2}{2}; \frac{6-8}{2}\right); O(-1; -1)$. 1 PONT

A kör sugara: $r = |\overline{OA}| = \sqrt{(-4 - (-1))^2 + (6 - (-1))^2} = \sqrt{9 + 49} = \sqrt{58}$. 1 PONT

A kör egyenlete: $(x - (-1))^2 + (y - (-1))^2 = 58$, $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 58$. 1 PONT

Összesen:

3 PONT

5.

A függvény értékkészlete: $y \in]-\infty; 1]$, 1 PONT

maximum értéke: $y = 1$, 1 PONT

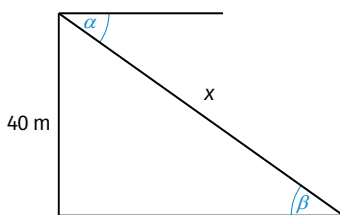
maximum helye: $x = 2$. 1 PONT

Összesen:

3 PONT

6.

Az $\alpha = \beta$, mert váltószögek.



1 PONT

A derékszögű háromszög az átfogóját kell kiszámítani, tehát $\sin \beta = \frac{40}{x}$,
ebből $x = \frac{40}{\sin 20^\circ} = 116,95$. 2 PONT

A két állat távolsága 117 m. 1 PONT

Összesen:

4 PONT

7.

A) Hamis, mert a rombusz átlói derékszögben felezik egymást, így az átló-

vektorok skaláris szorzata $\frac{\vec{e}}{2} \cdot \frac{\vec{f}}{2} = \left| \frac{\vec{e}}{2} \right| \cdot \left| \frac{\vec{f}}{2} \right| \cdot \cos 90^\circ = 0$.

B) Hamis, mert az elforgatás szöge $(k-1) \cdot \frac{360^\circ}{10}$ lehet, ahol $k = 1, 2, \dots, 10$. 2 PONT

C) Igaz, mert a derékszögű háromszög esetén a körülírható kör középpontja az átfogó felezőpontjával egyezik meg, a Thalész-tétel megfordítása szerint.

1 pont, ha bármely két logikai értéket eltalálta, 2 pont 3 jó válasz esetén.

Összesen:

2 PONT

8.

A szó (METALLICA) 9 betűből áll. A szóban az L betű 2-szer és az A betű is 2-szer szerepel. Ismétléses permutációról van szó, 1 PONT

így $P_9^{2,2} = \frac{9!}{2! \cdot 2!} = 90\,720$ -féleképpen lehet a szó betűit sorba rendezni. 1 PONT

Összesen:

2 PONT

9.

$\frac{T_{\text{kicsi}}}{T_{\text{eredeti}}} = \lambda^2$, mivel a két test hasonlóságából következik, hogy az alapjuk is

hasonló, így azok területének aránya $\lambda^2 = \frac{1}{1\,000\,000}$, 1 PONT

ebből $\lambda = \frac{1}{1000} = 10^{-3}$. 1 PONT

Két hasonló test térfogatának aránya: $\frac{V_{\text{kicsi}}}{V_{\text{eredeti}}} = \lambda^3 = (10^{-3})^3 = 10^{-9}$. Tamás 1 PONT
piramisának térfogata az eredeti térfogatának egymilliárdnyi része.

Összesen:

3 PONT

10.

$1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 32 + 4 + 2 = 38$ 2 PONT

Összesen:

2 PONT

11.

A számtani sorozat n -edik elemének képzési szabálya szerint:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d, \quad a_8 = a_1 + 7 \cdot d; \quad 16 = -5 + 7 \cdot d.$$

1 PONT

Ebből $d = 3$.

1 PONT

Összesen:

2 PONT

12.

A logaritmus mögött álló kifejezés csak pozitív lehet.

$$4x - 32 > 0, \quad 4x > 32, \quad x > 8.$$

1 PONT

A kifejezés értelmezési tartománya a 8-nál nagyobb valós számok halmaza.

1 PONT

Összesen:

2 PONT

II. RÉSZ

A feladattípus

13.

a) A törtek nevezőinek legkisebb közös többszöröse a 20. A törtek bővítése

után az egyenlet:
$$\frac{5 \cdot (5x - 3)}{20} + \frac{10 \cdot (x + 3)}{20} \leq -\frac{9}{20} + \frac{4 \cdot (6 - x)}{20}$$

1 PONT

Beszorozva a közös nevezővel az egyenlőtlenség mindkét oldalát, majd a zárójelek felbontása után kapjuk

$$25x - 15 + 10x + 30 \leq -9 + 24 - 4x.$$

1 PONT

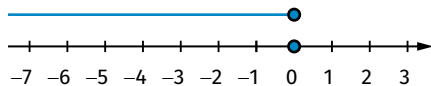
Vonjunk össze: $35x + 15 \leq 15 - 4x!$

Az egyenlőtlenségeket célszerű úgy rendezni, hogy az ismeretlen együtthatója pozitív legyen!

1 PONT

Vegyünk el mindkét oldalból 15-öt, és adjunk mindkét oldalhoz $4x$ -et:

$$39x \leq 0, \quad \text{így az egyenlőtlenség megoldása: } x \leq 0.$$



1 PONT

Összesen:

4 PONT

b) Alkalmazzuk az azonos alapú hatványok szorzására vonatkozó azonos-
ságot $9^x \cdot 9^{\frac{1}{2}} - 3^x \cdot 3^3 - 8 = 1 - 3^x$.

2 PONT

Mivel $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$ és $9^x = (3^2)^x = (3^x)^2$ az egyenlet $3 \cdot (3^x)^2 - 27 \cdot 3^x - 8 = 1 - 3^x$.

1 PONT

Vezessük be a $3^x = y$ helyettesítést, és rendezzük 0-ra az egyenletet!

$$3y^2 - 26 \cdot y - 9 = 0$$

A másodfokú egyenlet megoldóképletébe helyettesítve kapjuk

2 PONT

$$y_{1,2} = \frac{26 \pm \sqrt{26^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-9)}}{2 \cdot 3} = \frac{26 \pm 28}{6}; \quad y_1 = -\frac{1}{3} \text{ és } y_2 = 9.$$

Mivel az $f(x) = 3^x$ függvény értékkészlete a pozitív számok halmaza, ezért
csak $3^x = 9$ egyenlet megoldását keressük.

1 PONT

$3^x = 3^2$ és az említett függvény szigorúan monoton növekvő, ezért az
egyenlet megoldása $x = 2$.

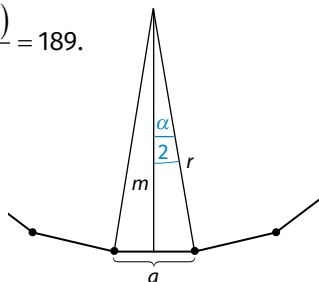
1 PONT

Összesen:

7 PONT

14.

a) Az n oldalú sokszög átlóinak száma $\frac{n \cdot (n-3)}{2} = 189$.



1 PONT

Az egyenlet rendezése után meg kell oldani a $n^2 - 3n - 378 = 0$ egyenletet.

$n_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 1 \cdot (-378)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 39}{2}$. A gyökök közül az $n = 21$ a megfelelő, mert a másik gyök negatív.

2 PONT

A 21 oldalú szabályos sokszög egy középponti szöge: $\alpha = \frac{360^\circ}{21} = \frac{120^\circ}{7}$.

2 PONT

A középponti háromszög adatai alapján: $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{a}{r}$.

Átrendezés után: $r = \frac{\frac{a}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{5}{\sin \frac{60^\circ}{2}}; r = 33,55.$ 1 PONT

Az n oldalú sokszög területére vonatkozó összefüggés szerint

$$T = \frac{n \cdot r^2 \cdot \sin \alpha}{2} = \frac{21 \cdot 33,55^2 \cdot \sin \frac{120^\circ}{7}}{2}; T = 3483,66 \text{ cm}^2. \quad 1 \text{ PONT}$$

A feladat a középponti háromszög magasságának kiszámításával is megoldható.

Összesen: 7 PONT

b) A sokszögbe írható kör sugara a középponti háromszög magassága, így

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{m}, \text{ ebből } r_{\text{beírható}} = m = \frac{\frac{a}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = 33,17 \text{ (cm)}. \quad 2 \text{ PONT}$$

A magasság (a beírható kör sugara) Pitagorasz tételével is számolható.

A kör területe: $T_{\text{beírható}} = r_{\text{beírható}}^2 \cdot \pi = 3456,53 \text{ cm}^2.$ (Ha π -vel számolunk.) 1 PONT

Összesen: 3 PONT

c) A nyolcszög alakú asztalnál a nyolc ember összesen $\frac{8!}{8} = 7!$ -féleképpen

helyezkedhet el. Alexa Csaba mellé és Dorka Edit mellé $\frac{6!}{6} = 5!$ -féleképpen kerülhet. 1 PONT

Mivel ők akkor is szomszédok maradnak, ha Alexa Csabával helyet cserél, illetve Dorka Edittel. Ezt 4-féleképpen tehetik meg, így a kedvező esetek száma: $4 \cdot 5!$. 2 PONT

A keresett valószínűség: $p = \frac{4 \cdot 5!}{7!} = \frac{2}{21} = 0,095.$ 1 PONT

Összesen: 4 PONT

15.

a) Az autók száma mértani sorozatot alkot, melyben a kvóciens értéke 1,02. 1 PONT

Kezdetben az autók száma a_0 . Így n év múlva a gyártott autók száma (mivel megduplázódik): $2 \cdot a_0 \cdot 2 \cdot a_0 = a_0 \cdot q^n.$ 2 PONT

Mivel a kezdeti autók száma nem nulla, az egyszerűsítés és behelyettesítés után $2 = 1,02^n$.

1 PONT

A logaritmus függvény szigorú monotonitása miatt, vehetjük mindkét oldal tízes alapú logaritmusát: $\lg 2 = \lg 1,02^n$.

1 PONT

A hatvány logaritmusára vonatkozó azonosság miatt: $\lg 2 = n \cdot \lg 1,02$.

1 PONT

Ebből $\frac{\lg 2}{\lg 1,02} = n$. $n = 35$, tehát Imre 55 éves lesz.

1 PONT

Összesen:

7 PONT

b) Az autók száma számtani sorozatot alkot, melyben $d = 5000$; $a_1 = 98\,170$; $a_n = 196\,340$.

1 PONT

A számtani sorozat első n tagjára vonatkozó összefüggésbe behelyettesítve kapjuk, $196\,340 = 98\,170 + (n-1) \cdot 5000$.

1 PONT

$98\,170 = (n-1) \cdot 5000$, mindkét oldalt osztva 5000-rel $n-1 = 19,634$,
 $n = 20,634$.

1 PONT

Az évenként gyártott autók száma 2035-re duplázódik meg.

1 PONT

Összesen:

4 PONT

B feladattípus

16.

a) A leggyakrabban előforduló elem a módusz, így ennek az adathalmaznak a módusza: 30.

1 PONT

A medián a nemcsökkenő sorba rendezett elemek 9. és 10. elemének

számtani közepe: $\frac{30+31}{2} = 30,5$.

1 PONT

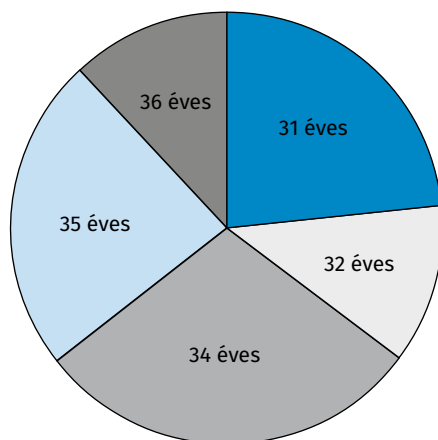
Összesen:

2 PONT

b) Kilenc 30 éven felüli játékos van a csapatban. A 9 játékoshoz 360° -os középponti szög tartozik. Tehát 1 játékoshoz 40° . Az adott korhoz tartozó játékosok számát negyvennel megszorozva kapjuk meg a köríkekhez tartozó középponti szöget.

1 PONT

Életkor (év)	31	32	34	35	36
Szög	$2 \cdot 40^\circ$	$1 \cdot 40^\circ$	$3 \cdot 40^\circ$	$2 \cdot 40^\circ$	$1 \cdot 40^\circ$



2 PONT

Összesen:

3 PONT

- c) Egy mez teljes ára: x . Egy mez kedvezménye ára: $0,85x$.
 Egy sál teljes ára: y . Egy sál kedvezményes ára: $0,9y$.

1 PONT

$$\begin{cases} 6x + 5y = 66500 \\ 0,85 \cdot 6x + 0,9 \cdot 5y = 57150 \end{cases}$$

2 PONT

$$\begin{cases} 6x + 5y = 66500 \\ 5,1x + 4,5y = 57150 \end{cases}$$

1 PONT

Alkalmazzuk az egyenletrendszer megoldásánál az egyenlő együtthatók módszerét! Szorozzuk meg az első egyenletet 4,5-tel, a másodikat 5-tel!

1 PONT

$$\begin{cases} 27x + 22,5y = 299\,250 \\ 25,5x + 22,5y = 285\,750 \end{cases} \quad \text{Vonjuk ki az első egyenletből a másodikat!}$$

$$1,5x = 13500, \quad x = 9000.$$

1 PONT

Helyettesítsünk be az első egyenletbe:

$$54000 + 5y = 66500, \quad 5y = 12500, \quad y = 2500.$$

1 PONT

Egy mez ára 9000 Ft, egy sál pedig 2500 Ft.

Ellenőrizzünk a szövegbe való helyettesítéssel.

Összesen:

7 PONT

- d) A 19 játékos közül 2 kapus van, így a 6 mezőny játékost 17-ből lehet kiválasztani. Ez $\binom{17}{6}$ -féleképpen lehetséges. Ez az összes eset.

1 PONT

A három 25 évesből $\binom{3}{1} = 3$ -féleképpen választhatunk egyet, a három 34 évesből $\binom{3}{2} = 3$ -féleképpen választhatunk kettőt.

1 PONT

A további 3 játékost tizenegyből kell választani, ezt $\binom{11}{3}$ -féle módon tehetjük meg.

1 PONT

A kedvező eseteink száma: $3 \cdot 3 \cdot \binom{11}{3}$.

1 PONT

A keresett valószínűség: $\frac{3 \cdot 3 \cdot \binom{11}{3}}{\binom{17}{6}} = 0,12$.

1 PONT

Összesen:

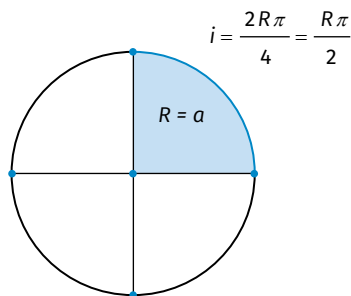
5 PONT

17.

a) A körlap sugara: $R = 32$ (cm), ez egyben a kúp alakú süvegek alkotója is lesz.

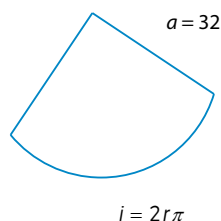
1 PONT

Egy süveghez a körlap negyedrésze kell. A körcikk ívhossza a kör területének negyed része: $i = \frac{R\pi}{2}$.



1 PONT

A kúp alapkörének kerülete a 90° -os középponti szögű körcikkhez tartozó ív hossza lesz.



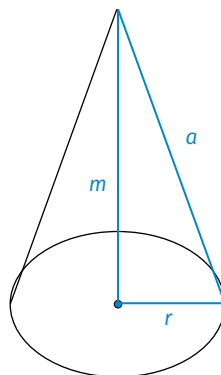
1 PONT

$2r\pi = i = \frac{R\pi}{2}$ ebből $r = \frac{R}{4} = 8$ (cm).

1 PONT

Az ábra alapján felírható a Pitagorasz-tétel.

$$a^2 = m^2 + r^2,$$



2 PONT

amiből a behelyettesítés után $m^2 = 32^2 - 8^2$. A kerekítés után $m = 31$ (cm).

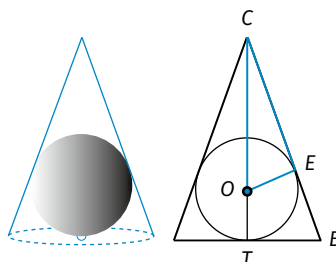
1 PONT

Tehát a süvegek magassága 31 cm.

Összesen:

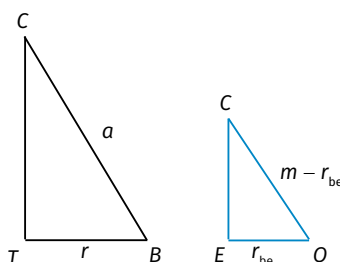
7 PONT

b) A tengelymetszet alapján egyenlő szárú háromszögbe írt kör sugarát kell meghatározni. $OE = OT$ szakasz a beírható kör sugara: r_{be} , CT a kúp magassága, BC a kúp alkotója.



1 PONT

A BTC háromszög és az OEC háromszögek hasonlóak, hiszen mindkettő derékszögű, és a C csúcsnál lévő szögük közös.



1 PONT

Ha két háromszög hasonló, akkor az egymásnak megfelelő oldalai aránya megegyezik.

$$\frac{r_{be}}{r} = \frac{m - r_{be}}{a}; \quad \frac{r_{be}}{8} = \frac{31 - r_{be}}{32};$$

2 PONT

$$32 \cdot r_{be} = 8 \cdot (31 - r_{be}); \quad 32 \cdot r_{be} = 248 - 8 \cdot r_{be}; \quad 40 \cdot r_{be} = 248; \quad r_{be} = 6,2 \text{ (cm)}.$$

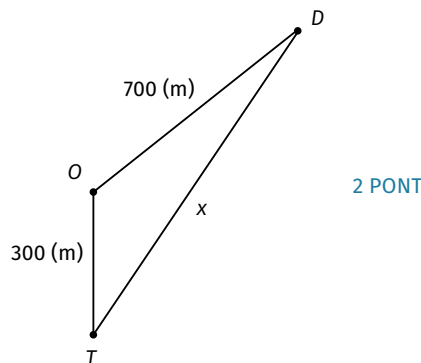
Mivel a beírható gömb sugara kisebb, mint Hókuszpók varázsgömbjének sugara, így nem tudják eldugni a süveg alá.

2 PONT

Összesen:

6 PONT

- c) A házak közötti utak tompaszögű háromszöget alkotnak. Felírható a koszinusztétel:
 $x^2 = 300^2 + 700^2 - 2 \cdot 300 \cdot 700 \cdot \cos 110^\circ$.



2 PONT

$$x = 850,67 \text{ (m)}.$$

1 PONT

Törpapa és Dulifuli háza közti út hossza 851 m.

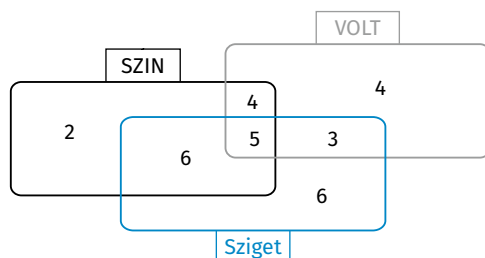
1 PONT

Összesen:

4 PONT

18.

- a) Készítsünk halmazábrát az adatok alapján!



3 PONT

A baráti társaság $2 + 4 + 4 + 6 + 5 + 3 + 6 = 30$ tagú.

1 PONT

Összesen:

4 PONT

- b) $2 + 4 + 6 = 12$ fő volt csak egy fesztiválon (ketten csak a SZIN-en, hatan csak a Sziget fesztiválon, négyen csak a VOLT-on).

2 PONT

Összesen:

2 PONT

- c)

	Blues	SZIN
Fő	x	$(8 - x)$
Kifizetett összeg	$16\,900 \cdot x$	$19\,900 \cdot (8 - x)$

2 PONT

Mivel összesen 150 200 Ft-ot fizettek, így a megoldandó egyenlet:

$$16\,900 \cdot x + 19\,900 \cdot (8 - x) = 150\,200.$$

1 PONT

Egyszerűsítsünk 100-zal, és bontsuk fel a zárójelet!

$$169 \cdot x + 1592 - 199 \cdot x = 1502$$

$$-30 \cdot x = -90$$

$$x = 3$$

1 PONT

A blues fesztiválon hárman voltak a családból, a SZIN-en pedig öten.

1 PONT

Összesen:

5 PONT

d) Egy szám akkor osztható 36-tal, ha osztható négygel is és kilencel is.

1 PONT

8900x6452y tíz jegyű számban így az y helyén, a négygel való oszthatóság szabálya alapján (ha az utolsó két számjegyből alkotott szám osztható 4-gyel, akkor a szám is osztható) állhat: $y = 0$, mert a 20 osztható négygel, de ez nem lehetséges, hiszen így 3 db 0 szerepelne a számban,

1 PONT

$y = 4$, mert a 24 osztható négygel,

$y = 8$, mert a 28 osztható négygel.

Egy szám akkor osztható 9-cel, ha a számjegyeinek összege osztható 9-cel.

1 PONT

Így $y = 4$ esetében az összeg 38. Ehhez 7-et kell hozzáadni, hogy a kapott szám (45) osztható legyen 9-cel. Tehát $x = 7$.

$y = 8$ esetén az összeg 42, ehhez 3-at kell adni, hogy kilencel osztható számot kapjunk. Tehát $x = 3$ lenne, de arra Imi emlékezett, hogy a számok között nincs 3.

1 PONT

Így az ötödik számjegyként 7-et, az utolsó számjegyként 4-et kell begépelni. Imi be tud menni a koncertre.

Megjegyzés: célszerű a számokat táblázatban elhelyezni, jobban átlátható.

y	Összeg	x	Értékelés
0	34	2	Ø
4	38	7	✓
8	42	3	Ø

2 PONT

Összesen:

6 PONT